

Elektrotechnik – 3. Gleichstrom III

Luft- und Raumfahrttechnik Bachelor, 1. Semester

David Straub

3. Gleichstrom

1. Stromstärke und Stromdichte
2. Stromleitung in Metallen
3. Ohm'sches Gesetz und Widerstand
4. Temperaturabhängigkeit des Widerstands
5. Die Kirchhoff'schen Gesetze
6. Reihen- und Parallelschaltung, Teilerregeln
7. Zweipoltheorie
8. Arbeit und Leistung
9. Reale Messungen im Gleichstromkreis

Elektrische Arbeit (Energie)

Die elektrische Arbeit ist das Produkt aus Spannung, Strom und Zeit:

$$W = U \cdot I \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

Einheit: $[W] = V \cdot A \cdot s = W \cdot s = J$ (Joule)

Elektrische Leistung

Die elektrische Leistung ist Arbeit pro Zeiteinheit:

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Einheit: $[P] = W$ (Watt)

Die drei Schreibweisen sind über das Ohm'sche Gesetz äquivalent – nehmen Sie die, deren Größen Sie kennen.

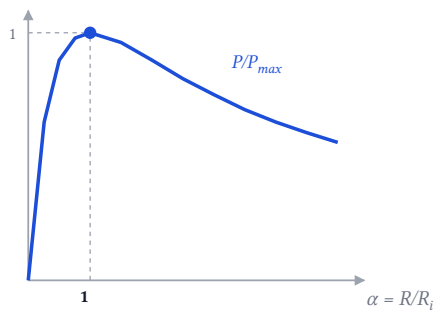
Leistungsanpassung

Bei welchem Verbraucherwiderstand R liefert eine reale Quelle (U_0, R_i) die maximale Leistung an den Verbraucher?

$$P = R \cdot I^2 = U_0^2 \cdot \frac{R}{(R_i + R)^2}$$

- Leerlauf ($R \rightarrow \infty$): $P = 0$; Kurzschluss ($R = 0$): $P = 0$
- Maximum dazwischen: $R = R_i$ (Herleitung $\rightarrow$ Tafel)

$$P_{\max} = \frac{U_0^2}{4R_i}$$



Anpassungsverhältnis und Wirkungsgrad

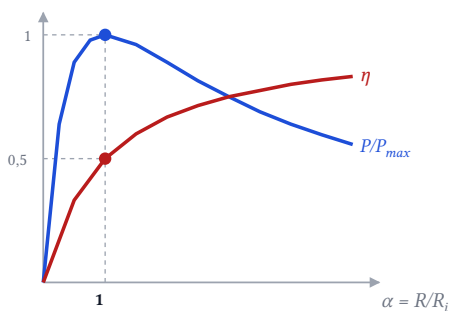
Anpassungsverhältnis: $\alpha = \frac{R}{R_i}$

Wirkungsgrad = Verbraucherleistung / Gesamtleistung der Quelle:

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{R}{R_i + R} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

⚠ Bei Leistungsanpassung ($\alpha = 1$) ist $\eta = 0,5$ – die Hälfte der Energie heizt die Quelle!

- Nachrichtentechnik: Anpassung (maximales Signal zählt)
- Energietechnik: Überanpassung $R \gg R_i$ (Wirkungsgrad zählt)



Betriebszustände einer aktiven Quelle

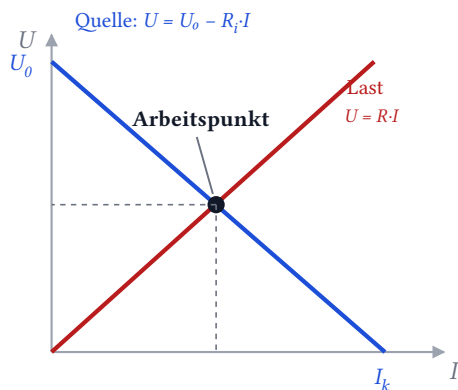
	Last	Leistung Quelle P_0	Leistung Last P	Wirkungsgrad η
Kurzschluss	$R = 0$	$P_0 = \frac{U_0^2}{R_i}$	$P = 0$	$\eta = 0$
Unteranpassung	$R < R_i$	$P_0 = \frac{U_0^2}{R+R_i}$	$0 < P < P_{\max}$	$0 < \eta < 0,5$
Anpassung	$R = R_i$	$P_0 = \frac{U_0^2}{2R_i}$	$P = \frac{U_0^2}{4R_i}$	$\eta = 0,5$
Überanpassung	$R > R_i$	$P_0 = \frac{U_0^2}{R+R_i}$	$0 < P < P_{\max}$	$0,5 < \eta < 1$
Leerlauf	$R \rightarrow \infty$	$P_0 = 0$	$P = 0$	$\eta = 1$

U-I-Kennlinie und Arbeitspunkt

Quelle und Verbraucher in einem Diagramm:

- **Quelle:** fallende Gerade $U = U_0 - R_i \cdot I$
- **Verbraucher:** steigende Gerade $U = R \cdot I$
- Schnittpunkt = **Arbeitspunkt:** dort stellen sich U und I tatsächlich ein

Grafische Lösung: beide Kennlinien zeichnen, Schnittpunkt ablesen.



Aufgabe 9: Autobatterie

An den Klemmen einer Autobatterie wird bei wechselnder Last gemessen:

U_a/V	11,8	11,6	11	10	8
I/A	10	20	50	100	200

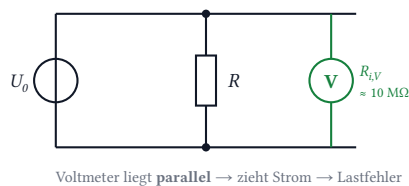
- Bestimmen Sie die Leerlaufspannung U_0 und den Innenwiderstand R_i .
- Die Batterie wird mit $R = 0,2 \Omega$ belastet. Wie hoch ist der Wirkungsgrad η ?

Reale Messungen: Spannung

Jedes reale Voltmeter hat einen **endlichen Innenwiderstand** und belastet die Schaltung:

- Digitalmultimeter (DMM): typisch $R_i \approx 10 \text{ M}\Omega$
- Das Voltmeter liegt **parallel** zum Messobjekt $\rightarrow$ wirkt wie ein Lastwiderstand $\rightarrow$ **Lastfehler**, wenn R_i nicht $\gg$ Quellwiderstand
- In Klausuraufgaben: „ideales Voltmeter“ = $R_i \rightarrow \infty$, zieht keinen Strom

Faustregel: Spannungsmessung ist unkritisch, solange $R_{\text{Quelle}} \ll R_{i, \text{Voltmeter}}$

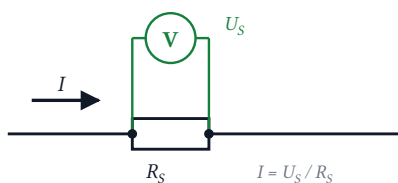


Reale Messungen: Strom mit dem Shunt

Wie misst man große Ströme (z.B. 100 A im Bordnetz)? **Über einen Shunt:**

- Kleiner, präziser Widerstand (z.B. $R_S = 1 \text{ m}\Omega$) im Strompfad
- Gemessen wird die **Spannung** über dem Shunt: $I = U_S / R_S$
- Bei 100 A: $U_S = 100 \text{ mV}$ – gut messbar, Verlustleistung nur 10 W

Heute überall: Batteriemanagement, Motorsteuerungen, jedes DMM im Amperebereich hat intern einen Shunt.



Reale Messungen: Vierleitermessung

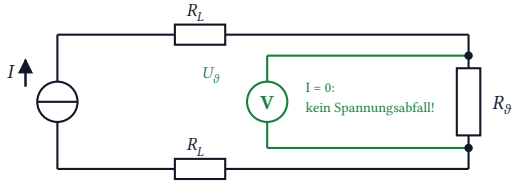
Problem: Bei kleinen Widerständen (z.B. Pt100 mit 100Ω) verfälscht der **Leitungswiderstand** der Zuleitungen die Messung.

Lösung – Vierleitermessung:

- Zwei Leitungen führen den (bekannten) Messstrom I

- Zwei separate Leitungen messen die Spannung **direkt am Sensor** – durch sie fließt (ideales Voltmeter!) kein Strom → kein Spannungsabfall → Leitungswiderstand fällt heraus

Alltagstechnik: jedes Labornetzteil mit „Sense“-Klemmen arbeitet so.



Aufgabe 10: Temperaturmessung

Ein Pt100 ($R_0 = 100 \, \Omega$ bei $\vartheta_0 = 0^\circ \text{C}$, $\alpha = 4 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$ – hier vereinfacht gerundet) wird von einer idealen Stromquelle mit $I = 1 \text{ mA}$ gespeist. Über eine Vierleitermessung wird direkt am Sensor $U_g = 120 \text{ mV}$ gemessen.

- Wie groß ist der Sensorwiderstand R_g ?
- Welche Temperatur ϑ hat der Sensor?
- Welche Leistung P_g nimmt der Sensor auf? Warum sollte sie klein bleiben?

Unsere Basiseinheiten-Tabelle wächst

Elektrische Größe	Formelzeichen	Einheit	Basiseinheiten
Ladung	Q	C	$\text{A} \cdot \text{s}$
Spannung	U	V	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3}$
Kapazität	C	F	$\frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$
Widerstand	R	Ω	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^3}$
Leistung	P	W	$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$

Herleitung an der Tafel: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$, $[P] = [U] \cdot [I]$

Zusammenfassung: Gleichstrom

- $I = dQ/dt$; Ohm: $U = R \cdot I$; $R = \rho l/A$; $R(T)$ linear mit α
- Kirchhoff: Knoten- und Maschenregel; $k - 1$ unabhängige Knotengleichungen
- Reihe: R addieren, Spannungsteiler; parallel: G addieren, Stromteiler – **Topologie zählt, nicht die Zeichnung!**
- **Zweipoltheorie:** jedes lineare Netzwerk = $U_0 + R_i$; Quellen deaktivieren für R_i

- Leistungsanpassung: $P_{\max} = U_0^2 / 4R_i$ bei $R = R_i$, dann $\eta = 0,5$
- Arbeitspunkt = Schnittpunkt von Quellen- und Lastkennlinie
- Messen: Lastfehler, Shunt, Vierletermessung

Nächstes Kapitel: Magnetismus – das zweite große Feld der Elektrotechnik 